


| | | |
|---|--|---|
|  | Up ! Enhanced Management | Première édition |
| | 3 Le marketing 3.7 Les études en marketing | http://www.up-comp.com contact@up-comp.com |

$$2 * \sum_{i=1}^n (X_i * (X_i - \bar{X}) * \alpha - X_i * (Y_i - \bar{Y})) = 0$$

En injectant deux termes et leurs opposés, ce qui ne change pas la nullité de la somme :

$$2 * \sum_{i=1}^n (X_i * (X_i - \bar{X}) * \alpha - \bar{X} * (X_i - \bar{X}) * \alpha + \bar{X} * (X_i - \bar{X}) * \alpha - X_i * (Y_i - \bar{Y}) + \bar{X} * (Y_i - \bar{Y}) - \bar{X} * (Y_i - \bar{Y})) = 0$$

Soit en factorisant :

$$2 * \sum_{i=1}^n ((X_i - \bar{X})^2 * \alpha - (X_i - \bar{X}) * (Y_i - \bar{Y}) - \bar{X} * (\alpha * (X_i - \bar{X}) + Y_i - \bar{Y})) = 0$$

Soit en supprimant le facteur 2 et en découpant la somme :

$$\sum_{i=1}^n ((X_i - \bar{X})^2 * \alpha - (X_i - \bar{X}) * (Y_i - \bar{Y})) - \bar{X} * \sum_{i=1}^n ((\alpha * (X_i - \bar{X}) + Y_i - \bar{Y})) = 0$$

Or :

$$\sum_{i=1}^n ((\alpha * (X_i - \bar{X}) + Y_i - \bar{Y})) = \alpha * \sum_{i=1}^n X_i - n * \alpha * \bar{X} + \sum_{i=1}^n Y_i - n * \bar{Y} = \alpha * n * \bar{X} - n * \alpha * \bar{X} + n * \bar{Y} - n * \bar{Y} = 0$$

Donc :

$$\sum_{i=1}^n ((X_i - \bar{X})^2 * \alpha - (X_i - \bar{X}) * (Y_i - \bar{Y})) = 0$$

Donc en découpant la somme et en agençant l'expression :

$$\alpha = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}) * (Y_i - \bar{Y})}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} = \frac{\text{Covariance}(X, Y)}{\text{Variance}(X)}$$

Et :

$$\beta = \bar{Y} - \alpha * \bar{X} = \bar{Y} - \frac{\text{Covariance}(X, Y)}{\text{Variance}(X)} * \bar{X}$$

En utilisant les macro-fonctions **DROITEREG** et **INDEX** d'*Excel*, nous pouvons automatiser les calculs :

$$\alpha = \text{INDEX}(\text{DROITEREG}(Y ; X) ; 1) \quad \text{et} \quad \beta = \text{INDEX}(\text{DROITEREG}(Y ; X) ; 2)$$

..

Voici un exemple de calcul de régression. En partant de la droite $Y=2*X+1$, nous ajoutons un bruit blanc pour la déformer. Nous calculons les coefficients α et β en appliquant les relations précédentes – sans les macros-fonctions.