$$\frac{dC}{dt}+\frac{\sigma^2}{2}*\frac{d^2C}{dS^2}+\tau_{Intérêt}*E(S)*\frac{dC}{dS}-\tau_{Intérêt}*E(C)=0 \qquad (8)$$

J Ceci est l'équation de ***Fisher BLACK*** et ***Myron SCHOLES*** qui ont obtenu le prix Nobel d'économie en 1973 pour avoir posé cette équation et trouvé sa solution.

9.10.5.4 La résolution de l'équationde Black & Scholes

Nous connaissons la valeur de ***S*** par sa probabilité appliquée à la date de maturité ***T*** :

$$N\left(S\le s;\mu*T;\sigma*\sqrt{T}\right)=\frac{1}{\sqrt{2*\pi*T}*\sigma}\int_{-\infty}^{s}e^{-\frac{(x-\mu*T)^2}{2*\sigma^2*T}}dx$$

En résolvant l'équation différentielle (8) au moyen d'une transformée de ***Laplace***, nous trouvons la valorisation du **call** :

$$Valeur_{Call}(T)=S(t)*N(D\le d_1)-Valeur_{Exercice}*e^{-\tau_{Intérêt}*T}*N(D\le d_2) \qquad (9)$$

Avec :

$$d_1=\frac{\log\left(\frac{S(T)}{Valeur_{Exercice}}\right)+\left(r+\frac{\sigma^2}{2}\right)*T}{\sigma*\sqrt{T}} \qquad (10)$$

Et :

$$d_2=d_1-\sigma*\sqrt{T}=\frac{\log\left(\frac{S(T)}{Valeur_{Exercice}}\right)+\left(r+\frac{\sigma^2}{2}\right)*T-\sigma^2*T}{\sigma*\sqrt{T}}$$

Soit :

$$d_2=\frac{\log\left(\frac{S(T)}{Valeur_{Exercice}}\right)+\left(r-\frac{\sigma^2}{2}\right)*T}{\sigma*\sqrt{T}} \qquad (11)$$

$$r=\log(1+\tau_{Intérêt})$$

En reprenant (2), nous pouvons calculer la valorisation du **put** :

$$Valeur_{Put}(T)=Valeur_{Call}(T)-Valeur_{SousJacent}(T)+Valeur_{Exercice}*e^{-\tau_{Intérêt}*T}$$

Soit :

$$Valeur_{Put}(T)=Valeur_{Exercice}*e^{-\tau_{Intérêt}*T}*\left(1-N(D\le d_2)\right)-S(T)*\left(1-N(D\le d_1)\right)$$

Pour évaluer la volatilité σ du cours du sous-jacent, une statistique est réalisée sur un échantillon de ***n*** valeurs R_i. La variable aléatoire R_i choisie est l'accroissement de valeur du sous-jacent.

- Si le sous-jacent est une action.
  Il faut prendre la valeur totale de l'actif – ***Total Share Return*** (**TSR**) –, ce qui inclut les dividendes versés au cas où, sinon nous ne raisonnerions pas sur le même actif stricto sensus avant et après le versement de dividende – il y aurait une fuite de valeur.
- Le **call** et le **put** s'apparentent comme la somme deux variables aléatoires de type log-normale.
  Nous prenons alors le logarithme de l'accroissement de valeur.